Linguagens Formais Autómatos
Resolução de Alguns Exercícios

Vasco Pedro
Departamento de Informática
Universidade de Évora

2007/2008

Exercício 58.

Seja $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$, em que P é o conjunto com as produções:

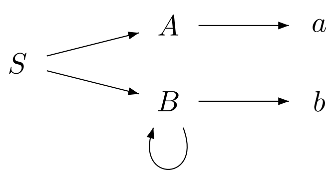
$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \\ A &\rightarrow aA \mid \lambda \\ B &\rightarrow Bb \mid \lambda \end{aligned}$$

(a) Construção do AFD dos itens LR(1) válidos

Símbolos que geram λ:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{S}} &\rightarrow \underline{AB} \\ \underline{\underline{A}} &\rightarrow a\underline{A} \mid \underline{\lambda} \\ \underline{\underline{B}} &\rightarrow \underline{B}b \mid \underline{\lambda} \end{aligned} \qquad\qquad \Lambda = \{S, A, B\}$$

Grafo dos primeiros:

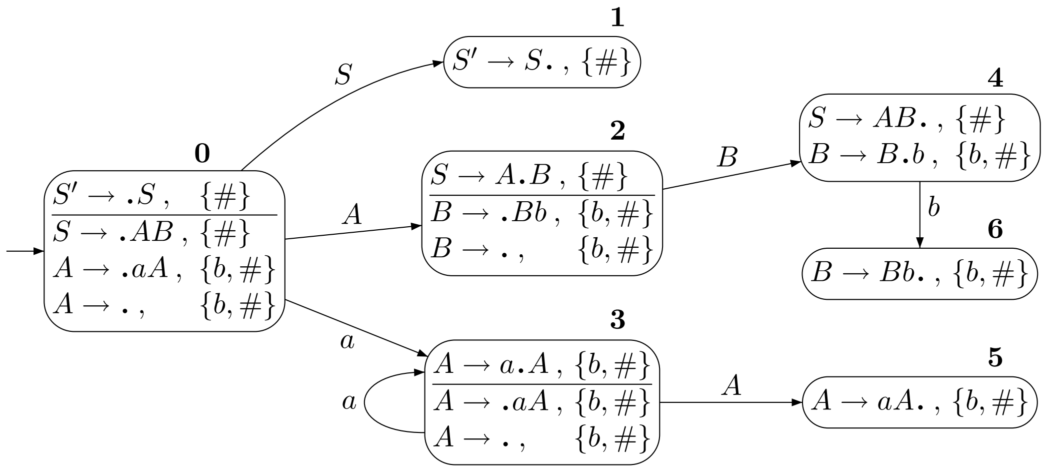


	S	A	B
PRIMEIROS	a, b	a	b

Como curiosidade, o tuplo correspondente ao AFD dos itens LR(1) válidos desta gramática seria:

$$(\{\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}, \emptyset\}, \{S, A, B, a, b\}, \delta, \mathbf{0}, \{\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}\})$$

com a função de transição δ representada no diagrama de estados seguinte, onde se omitiram o estado de erro $\emptyset$ e todas as transições de e para esse estado.



(b) Verificação das condições LR(1)

A gramática G é LR(1) porque o seu autómato dos itens válidos satisfaz as condições LR(1), nomeadamente:

- nenhum estado contém dois itens completos (*pelo que não pode haver conflitos redução/ redução*);
- os estados **0**, **2** e **3** contêm itens completos com conjuntos de símbolos de avanço $\{b, \#\}$ enquanto que nos outros itens, imediatamente a seguir ao ponto aparecem os símbolos S, A, a e B, e o estado **4** tem um item completo com conjunto de símbolos de avanço $\{\#\}$ enquanto que no outro item do mesmo estado, o ponto é seguido de b (*não há conflitos transferência/redução*).

(c) Verificação das condições LALR(1)

Como todos os estados do autómato dos itens válidos de G têm núcleos LR(0) distintos (o autómato amalgamado é igual a esse autómato) e a gramática é LR(1), a gramática também é LALR(1). (*Porquê?*)

(d) Tabela de análise sintáctica LR(1)

	S	A	B	a	b	a	b	$\#$
0	1	2		3		TRANSF	$A \to \lambda$	$A \to \lambda$
1								ACEITA
2			4				$B \to \lambda$	$B \to \lambda$
3		5		3		TRANSF	$A \to \lambda$	$A \to \lambda$
4					6		TRANSF	$S \to AB$
5							$A \to aA$	$A \to aA$
6							$B \to Bb$	$B \to Bb$

(e) Autómato de pilha LR(1)

O autómato de pilha LR(1) que reconhece $L(G)$ é

$$R = (\{q_I, q, q_a, q_b, q_\#\}, \{S, A, B, a, b, \#\}, \{S, A, B, a, b, \mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}\}, \delta', q_I, \{q_\#\})$$

com a função de transição δ' com as transições seguintes (onde $(q', \alpha) \xrightarrow{u} (q'', \beta)$ representa $[q'', \beta] \in \delta'(q', u, \alpha)$):

inicialização

$(q_I, \lambda) \xrightarrow{\lambda} (q, \mathbf{0})$

leitura

$(q, \lambda) \xrightarrow{a} (q_a, \lambda)$
$(q, \lambda) \xrightarrow{b} (q_b, \lambda)$
$(q, \lambda) \xrightarrow{\#} (q_\#, \lambda)$

aceitação

$(q_\#, \mathbf{1}S\mathbf{0}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \lambda)$

redução

$(q_b, \mathbf{0}) \xrightarrow{\lambda} (q_b, \mathbf{2}A\mathbf{0})$
$(q_\#, \mathbf{0}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \mathbf{2}A\mathbf{0})$
$(q_b, \mathbf{2}) \xrightarrow{\lambda} (q_b, \mathbf{4}B\mathbf{2})$
$(q_\#, \mathbf{2}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \mathbf{4}B\mathbf{2})$
$(q_b, \mathbf{3}) \xrightarrow{\lambda} (q_b, \mathbf{5}A\mathbf{3})$
$(q_\#, \mathbf{3}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \mathbf{5}A\mathbf{3})$
$(q_\#, \mathbf{4}B\mathbf{2}A\mathbf{0}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \mathbf{1}S\mathbf{0})$
$(q_b, \mathbf{5}A\mathbf{3}a\mathbf{0}) \xrightarrow{\lambda} (q_b, \mathbf{2}A\mathbf{0})$
$(q_b, \mathbf{5}A\mathbf{3}a\mathbf{3}) \xrightarrow{\lambda} (q_b, \mathbf{5}A\mathbf{3})$
$(q_\#, \mathbf{5}A\mathbf{3}a\mathbf{0}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \mathbf{2}A\mathbf{0})$
$(q_\#, \mathbf{5}A\mathbf{3}a\mathbf{3}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \mathbf{5}A\mathbf{3})$
$(q_b, \mathbf{6}b\mathbf{4}B\mathbf{2}) \xrightarrow{\lambda} (q_b, \mathbf{4}B\mathbf{2})$
$(q_\#, \mathbf{6}b\mathbf{4}B\mathbf{2}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \mathbf{4}B\mathbf{2})$

transferência

$(q_a, \mathbf{0}) \xrightarrow{\lambda} (q, \mathbf{3}a\mathbf{0})$
$(q_a, \mathbf{3}) \xrightarrow{\lambda} (q, \mathbf{3}a\mathbf{3})$
$(q_b, \mathbf{4}) \xrightarrow{\lambda} (q, \mathbf{6}b\mathbf{4})$

(f) Computação para $aabb$

$$\begin{array}{lrr}
[\,q_I, & aabb\#, & \lambda] \vdash \\
[\;\, q, & aabb\#, & \mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_a, & abb\#, & \mathbf{0}] \vdash \\
[\;\, q, & abb\#, & \mathbf{3}a\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_a, & bb\#, & \mathbf{3}a\mathbf{0}] \vdash \\
[\;\, q, & bb\#, & \mathbf{3}a\mathbf{3}a\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_b, & b\#, & \mathbf{3}a\mathbf{3}a\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_b, & b\#, & \mathbf{5}A\mathbf{3}a\mathbf{3}a\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_b, & b\#, & \mathbf{5}A\mathbf{3}a\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_b, & b\#, & \mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_b, & b\#, & \mathbf{4}B\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[\;\, q, & b\#, & \mathbf{6}b\mathbf{4}B\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_b, & \#, & \mathbf{6}b\mathbf{4}B\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_b, & \#, & \mathbf{4}B\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[\;\, q, & \#, & \mathbf{6}b\mathbf{4}B\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[q_\#, & \lambda, & \mathbf{6}b\mathbf{4}B\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[q_\#, & \lambda, & \mathbf{4}B\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[q_\#, & \lambda, & \mathbf{1}S\mathbf{0}] \vdash \\
[q_\#, & \lambda, & \lambda]
\end{array}$$

Exercício 59.

Seja $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$, em que P é o conjunto com as produções:

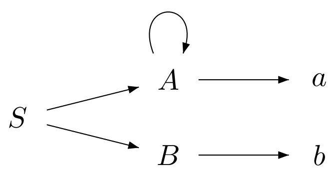
$$\begin{aligned} &S \to ABA \\ &A \to Aa \mid \lambda \\ &B \to bB \mid b \end{aligned}$$

(a) Construção do AFD dos itens LR(1) válidos

Símbolos que geram λ:

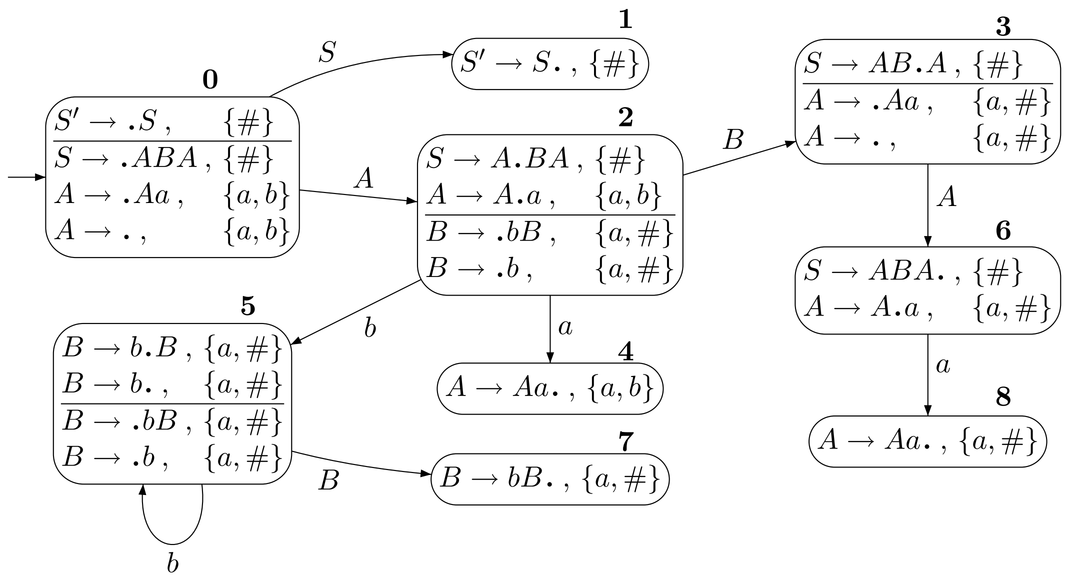
$$\begin{aligned} &S \to \underline{A}B\underline{A} \\ &\underline{\underline{A}} \to \underline{A}a \mid \underline{\lambda} \\ &B \to bB \mid b \end{aligned} \qquad\qquad \Lambda = \{A\}$$

Grafo dos primeiros:



	S	A	B
PRIMEIROS	a, b	a	b

Diagrama de estados do AFD dos itens válidos:



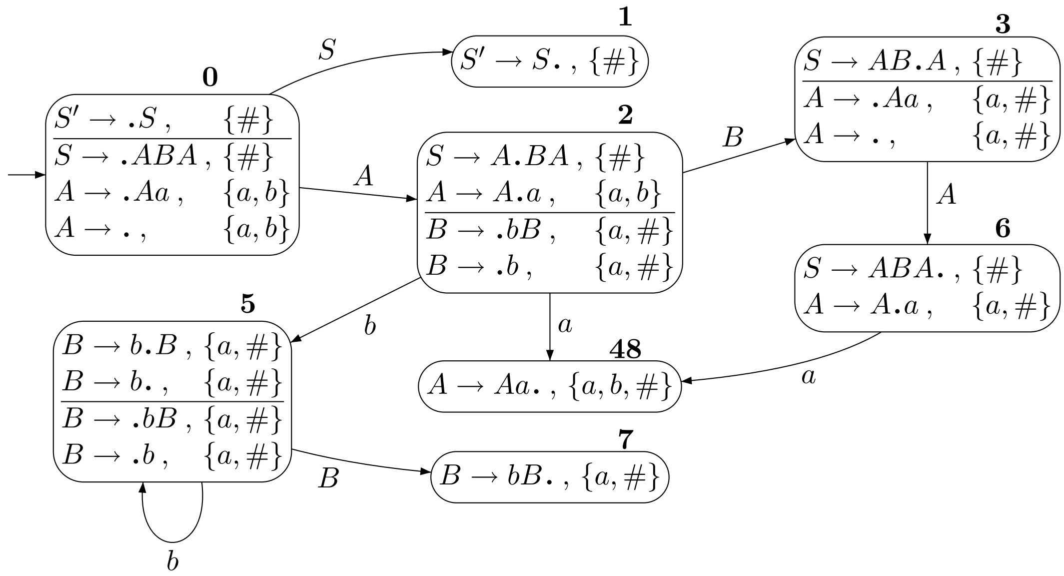
(b) Verificação das condições LR(1)

A gramática G é LR(1) porque o seu autómato dos itens válidos satisfaz as condições LR(1), nomeadamente:

- nenhum estado contém dois itens completos (*pelo que não pode haver conflitos redução/redução*);
- os estados **0** e **3** contêm um item completo e outros itens em que o ponto está imediatamente à esquerda de um símbolo não terminal de G, o estado **5** contém um item completo com conjunto de símbolos de avanço $\{a, \#\}$ enquanto que nos outros itens, imediatamente a seguir ao ponto aparecem os símbolos b e B, e o estado **6** tem um item completo com conjunto de símbolos de avanço $\{\#\}$ enquanto que no outro item do mesmo estado, o ponto é seguido de a (*não há conflitos transferência/redução*).

(c) Verificação das condições LALR(1)

Os únicos estados do autómato dos itens válidos com o mesmo núcleo LR(0) são os estados **4** e **8**. Fundindo-os, obtém-se o autómato amalgamado:



O único estado novo é o estado **48** que contém um item completo isolado. Logo, a gramática é LALR(1). (*Porquê?*)

(d) Tabela de análise sintáctica LR(1)

	S	A	B	a	b	a	b	$\#$
0	1	2				$A \to \lambda$	$A \to \lambda$	
1								ACEITA
2			3	4	5	TRANSF	TRANSF	
3		6				$A \to \lambda$		$A \to \lambda$
4						$A \to Aa$	$A \to Aa$	
5			7		5	$B \to b$	TRANSF	$B \to b$
6				8		TRANSF		$S \to ABA$
7						$B \to bB$		$B \to bB$
8						$A \to Aa$		$A \to Aa$

(e) Autómato de pilha LR(1)

O autómato de pilha LR(1) que reconhece $L(G)$ tem as seguintes transições:

inicialização

$(q_I, \lambda) \xrightarrow{\lambda} (q, \mathbf{0})$

leitura

$(q, \lambda) \xrightarrow{a} (q_a, \lambda)$

$(q, \lambda) \xrightarrow{b} (q_b, \lambda)$

$(q, \lambda) \xrightarrow{\#} (q_\#, \lambda)$

aceitação

$(q_\#, \mathbf{1}S\mathbf{0}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \lambda)$

redução

$(q_a, \mathbf{0}) \xrightarrow{\lambda} (q_a, \mathbf{2}A\mathbf{0})$

$(q_b, \mathbf{0}) \xrightarrow{\lambda} (q_b, \mathbf{2}A\mathbf{0})$

$(q_a, \mathbf{3}) \xrightarrow{\lambda} (q_a, \mathbf{6}A\mathbf{3})$

$(q_\#, \mathbf{3}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \mathbf{6}A\mathbf{3})$

$(q_a, \mathbf{4}a\mathbf{2}A\mathbf{0}) \xrightarrow{\lambda} (q_a, \mathbf{2}A\mathbf{0})$

$(q_b, \mathbf{4}a\mathbf{2}A\mathbf{0}) \xrightarrow{\lambda} (q_b, \mathbf{2}A\mathbf{0})$

$(q_a, \mathbf{5}b\mathbf{2}) \xrightarrow{\lambda} (q_a, \mathbf{3}B\mathbf{2})$

$(q_\#, \mathbf{5}b\mathbf{2}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \mathbf{3}B\mathbf{2})$

$(q_a, \mathbf{5}b\mathbf{5}) \xrightarrow{\lambda} (q_a, \mathbf{7}B\mathbf{5})$

$(q_\#, \mathbf{5}b\mathbf{5}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \mathbf{7}B\mathbf{5})$

$(q_\#, \mathbf{6}A\mathbf{3}B\mathbf{2}A\mathbf{0}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \mathbf{1}S\mathbf{0})$

$(q_a, \mathbf{7}B\mathbf{5}b\mathbf{2}) \xrightarrow{\lambda} (q_a, \mathbf{3}B\mathbf{2})$

$(q_\#, \mathbf{7}B\mathbf{5}b\mathbf{2}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \mathbf{3}B\mathbf{2})$

$(q_a, \mathbf{7}B\mathbf{5}b\mathbf{5}) \xrightarrow{\lambda} (q_a, \mathbf{7}B\mathbf{5})$

$(q_\#, \mathbf{7}B\mathbf{5}b\mathbf{5}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \mathbf{7}B\mathbf{5})$

$(q_a, \mathbf{8}a\mathbf{6}A\mathbf{3}) \xrightarrow{\lambda} (q_a, \mathbf{6}A\mathbf{3})$

$(q_\#, \mathbf{8}a\mathbf{6}A\mathbf{3}) \xrightarrow{\lambda} (q_\#, \mathbf{6}A\mathbf{3})$

transferência

$(q_a, \mathbf{2}) \xrightarrow{\lambda} (q, \mathbf{4}a\mathbf{2})$

$(q_b, \mathbf{2}) \xrightarrow{\lambda} (q, \mathbf{5}b\mathbf{2})$

$(q_b, \mathbf{5}) \xrightarrow{\lambda} (q, \mathbf{5}b\mathbf{5})$

$(q_a, \mathbf{6}) \xrightarrow{\lambda} (q, \mathbf{8}a\mathbf{6})$

(f) Computação para *aabb*

$$
\begin{array}{lrr}
[\,q_I, & aabb\#, & \lambda] \vdash \\
[\,q, & aabb\#, & \mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_a, & abb\#, & \mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_a, & abb\#, & \mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q, & abb\#, & \mathbf{4}a\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_a, & bb\#, & \mathbf{4}a\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_a, & bb\#, & \mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q, & bb\#, & \mathbf{4}a\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_b, & b\#, & \mathbf{4}a\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_b, & b\#, & \mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q, & b\#, & \mathbf{5}b\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q_b, & \#, & \mathbf{5}b\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[\,q, & \#, & \mathbf{5}b\mathbf{5}b\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[q_\#, & \lambda, & \mathbf{5}b\mathbf{5}b\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[q_\#, & \lambda, & \mathbf{7}B\mathbf{5}b\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[q_\#, & \lambda, & \mathbf{3}B\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[q_\#, & \lambda, & \mathbf{6}A\mathbf{3}B\mathbf{2}A\mathbf{0}] \vdash \\
[q_\#, & \lambda, & \mathbf{1}S\mathbf{0}] \vdash \\
[q_\#, & \lambda, & \lambda]
\end{array}
$$

Exercício 60.

Seja $G = (\{S\}, \{a\}, P, S)$, em que P é o conjunto com as produções:

$$S \to aSa \mid \lambda$$

(a) Construção do AFD dos itens LR(1) válidos

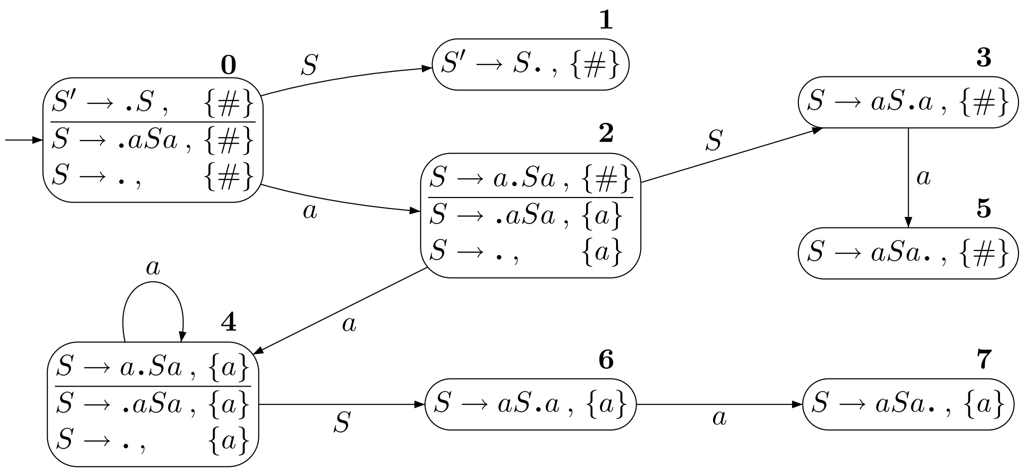
Símbolos que geram λ:

$$\underline{\underline{S}} \to a\underline{S}a \mid \underline{\lambda} \qquad\qquad \Lambda = \{S\}$$

Grafo dos primeiros:

$$S \longrightarrow a \qquad\qquad \mathsf{PRIMEIROS}(S) = \{a\}$$

Diagrama de estados do AFD dos itens válidos:



(b) Verificação das condições LR(1)

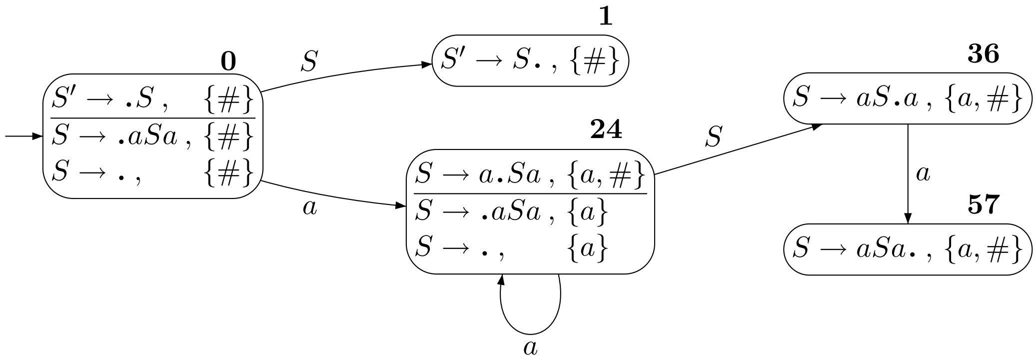
O estado **2** contém um item completo com conjunto de símbolos de avanço $\{a\}$ e um item em que o ponto é seguido de a, logo a gramática não é LR(1) (existe um conflito transferência/redução neste estado).

(O mesmo acontece no estado **4**.)

(c) Verificação das condições LALR(1)

A gramática não é LR(1), logo não é LALR(1). (*Porquê?*)

O autómato amalgamado seria:



(d) Tabela de análise sintáctica LR(1)

Como a gramática não é LR(1), não faz sentido falar na sua tabela de análise sintáctica LR(1). No entanto, pode-se fazer o exercício de a construir, incluindo todas as acções determinadas por cada estado.

	S	a	a	$\#$
0	1	2	TRANSF	$S \rightarrow \lambda$
1				ACEITA
2	3	4	TRANSF/$S \rightarrow \lambda$	
3		5	TRANSF	
4	6	4	TRANSF/$S \rightarrow \lambda$	
5				$S \rightarrow aSa$
6		7	TRANSF	
7			$S \rightarrow aSa$	

O conteúdo da parte da tabela contendo as acções mostra em que estados e para que símbolos de avanço existem conflitos, e que tipo de conflitos são.